



PIBIC/CNPq/UFPG-2010

**ESTUDO DAS PROPRIEDADES MÉDIAS NUCLEARES ATRAVÉS DO FORMALISMO RELATIVÍSTICO DE CAMPO MÉDIO**

**Elisama Eraldene Marques Lima<sup>1</sup>, João Batista da Silva<sup>2</sup>**

**RESUMO**

Atualmente um dos principais problemas abordado em física de altas energias é o estudo do comportamento de matéria nuclear sob condições extremas de temperatura e/ou densidade. Para isto precisa-se de modelos que descrevam bem esse comportamento em regiões acessíveis experimentalmente (a temperatura zero, densidade de saturação e pequenas assimetrias nêutron-próton) para depois serem extrapolados para regiões extremas. Um dos tratamentos teóricos amplamente utilizado na descrição de propriedades médias nucleares é feito através do estudo de modelos de Campo Médio Relativístico, conhecido na literatura como modelo de Walecka. Muitas versões deste modelo são usadas para descrever uma grande variedade de fenômenos em física nuclear, tais como as propriedades da matéria nuclear, estrelas de nêutrons e núcleos finitos. Neste trabalho, utilizamos as parametrizações mais recentes desses modelos, existentes na literatura, para descrever as propriedades e o comportamento da matéria nuclear através de seus parâmetros característicos, entre eles, destacamos a energia de volume, densidade de saturação, incompressibilidade e a energia de simetria. Dos resultados obtidos as parametrizações não lineares NL3 e NL3-II são a que melhor descrevem essas propriedades.

**Palavras-chave:** matéria nuclear, modelos hadrônicos, parametrizações.

**STUDY OF NUCLEAR AVERAGE PROPERTIES THROUGH THE RELATIVISTIC MEAN FIELD FORMALISM**

**ABSTRACT**

Currently one of the main problems addressed in high energy physics is the study of the behavior of nuclear matter under extreme conditions of temperature and / or density. For this one needs good models describing this behavior in experimentally accessible regions (at zero temperature, density, saturation and small neutron-proton asymmetry) to be then extrapolated to extreme regions. One of the theoretical treatments widely used in the description of average nuclear properties is done through the study of Relativistic Mean Field model, known in literature as a model of Walecka. Many versions of this model are used to describe a wide variety of phenomena in nuclear physics, such as the properties of nuclear matter, neutron stars and finite nuclei. Here, we used the latest parameterization of these models, the literature to describe the properties and behavior of nuclear matter through its characteristic parameters, among then we highlight the power of volume, saturation density, incompressibility and symmetry energy. Results of the nonlinear parameterizations NL3 and NL3-II are the best to describe these properties.

**Keywords:** nuclear matter, hadronic models, parameterizations.

<sup>1</sup> Aluna do Curso de licenciatura em física, Unidade Acadêmica de Educação, UFPG, Cuité, PB, E-mail: elisamafisica@gmail.com

<sup>2</sup> Licenciatura em física, Professor Doutor, Unidade Acadêmica de Educação, UFPG, Cuité, PB, E-mail: jbsilva@ufcg.edu.br

# 1. INTRODUÇÃO

Atualmente não temos uma teoria simples que forneça uma expressão matemática que descreva a força nuclear (interação nucleon-nucleon), em virtude disto, são formulados modelos que representam sistemas físicos solúveis e que procuram reproduzir o núcleo real. Estes modelos envolvem um conjunto de parâmetros que caracterizam as simplificações feitas com relação as interações nucleares. Em física nuclear existem duas abordagens diferentes para tratar um sistema nuclear em termos da interação entre seus constituintes. Para baixas energias de excitação (velocidades não-relativísticas), a interação entre dois nucleons (nome dado tanto a prótons como a nêutrons) é representada por um potencial nucleon-nucleon não-relativístico que é usado na equação de Schroedinger não-relativística de muitos corpos, podendo ser resolvida por métodos aproximativos da teoria de muitos corpos. Para o caso de velocidades próximas a da luz usa-se métodos matematicamente mais complexos encontrados nas teorias de campo médio relativística.

Os núcleos constituem um exemplo de problema de muitos-corpos, sendo o número de seus constituintes não suficientemente grande para o tratamento usado por leis estatísticas, e não é suficientemente pequeno para descrição por equações de movimento de uma única partícula (CHUNG, 2002). Os modelos que descrevem os fenômenos nucleares são apropriados à medida que conseguem reproduzir satisfatoriamente dados experimentais. Yukawa, em 1935, propôs para o acoplamento forte a teoria mesônica da força nuclear, na qual dois nucleons interagem entre si trocando mésons (partícula de spin inteiro), assim podemos considerar o nucleon como uma partícula envolvida por uma “nuvem” ou “campo” de mésons. Os atuais modelos usados em estrutura nuclear são baseados em teorias relativísticas de campo, sendo a interação nucleon-nucleon representada pela troca de vários mésons. Este formalismo parte de um nível mais fundamental, pois os graus de liberdade mesônicos são tratados explicitamente e também pode ser estendido para fenômenos de altas energias pelo fato de ser usado um tratamento relativístico. O formalismo relativístico tem a vantagem de ser bem mais simples de se lidar do que os formalismos que descrevem os sistemas nucleares do ponto de vista não-relativístico.

A Cronodinâmica Quântica (QCD) é atualmente a teoria mais aceita para a interação entre hádrons, (partículas que interagem fortemente, englobando os mésons e os bárions). Essas partículas apresentam uma subestrutura, onde cada hádron é formado por certo número de partículas elementares chamadas de quarks. Estes por sua vez apresentam seis tipos de sabores: *up*, *down*, *charm*, *strange*, *bottom* e *top* (*u*, *d*, *c*, *s*, *b* e *t*, respectivamente); e três tipos de cores: vermelho, azul e verde. A teoria da QCD é análoga à eletrodinâmica quântica (QED), tendo como partícula mediadora o glúon (partícula de spin 1) (MENEZES, 2002). Uma das principais características da QCD é a propriedade chamada liberdade assintótica, onde afirma que dois quarks quando estão muito próximos, a energia do sistema aumentar, e com isto a intensidade efetiva do acoplamento entre eles diminui, e a escravidão infravermelha, onde a grandes distâncias (baixas energias), a interação se torna extremamente forte fazendo que os quarks e glúons fiquem confinados permanentemente no interior dos hádrons. Isso significa que um quark isolado jamais pode ser detectado.

Em 1974, Walecka, baseado numa teoria quântica de campos relativística e renormalizável, denominada de Hadrodinâmica Quântica (QHD), propôs um modelo que busca descrever um sistema nuclear de muitos corpos, onde os bárions (nucleons) interagem via troca de mésons, em concordância com a formulação de Yukawa. Este modelo é baseado em uma Lagrangiana local que envolve o campo do nucleon e os campos dos mésons: o méson escalar  $\sigma$ , que representa a atração entre dois nucleons a longas distâncias, e o méson vetorial  $\omega$  que, representa a repulsão a curtas distâncias (WALECKA, 1974; SEROT e WALECKA, 1986). Com apenas esses dois mésons esse modelo já consegue reproduzir a saturação da interação nuclear. Na Lagrangiana modelo são introduzidas como parâmetros, as massas dos nucleons e dos mésons e as constantes de acoplamento méson-nucleon. Essas constantes são obtidas por ajustes de algumas propriedades da matéria nuclear e de alguns poucos núcleos finitos. As constantes de acoplamento do modelo são determinadas de modo a reproduzirem as energias de ligação por nucleon e a densidade de saturação da matéria nuclear (SILVA, 1997). Posteriormente, outros mésons foram acrescentados ao modelo, tais como os mésons  $\pi$  e  $\vec{\rho}$ , para descrever a propriedade de assimetria nuclear, e fótons para levar em conta a interação eletromagnética existente no interior dos núcleos. Atualmente, existem diversas variantes do modelo de Walecka, que diferenciam do original por incluir termos não lineares (termos de ordem superiores), nos campos dos mésons para melhor descrever as propriedades de superfície nuclear (SILVA et al., 2008; SULAKSONO et al., 2009) como também modelos lineares com constantes de acoplamentos dependentes da densidade (HADDAD e WEIGEL, 1993).

A QHD vem sendo usada para descrever uma variedade de fenômenos nucleares ao longo da linha de estabilidade nuclear e no estudo do comportamento de matéria nuclear sob condições extremas de temperatura e/ou densidade (BRAUN-MUNZINGER, 2008; DELFINO et al., 2002; SILVA et al., 2008). Neste trabalho, utilizamos o modelo de Walecka e suas variantes para fazer um estudo das propriedades da matéria nuclear, através da análise da energia de ligação, densidade de saturação, energia de simetria e incompressibilidade. Estas representam as propriedades globais dos núcleos, que são em geral representadas por fórmulas semi-empíricas de massa (MAYER E SWIATECKI, 1974; MOLLER et al., 1995),

que descrevem o comportamento global da maioria dos núcleos da tabela de nuclídeos em torno da linha de estabilidade beta. Escolhemos o tratamento relativístico para estudar a matéria nuclear por se tratar de um sistema mais simples para descrever quantitativamente os sistemas nucleares.

## 2. PROPRIEDADES MÉDIAS NUCLEARES

São propriedades globais dos núcleos obedecidas em média por toda a tabela de nuclídeos. Algumas dessas propriedades são descritas por fórmulas semi-empíricas de massa.

A primeira tentativa de se obter uma fórmula de massa nuclear foi em 1935, devido à Weizsäcker e Hass Bethe, que se basearam no modelo da gota líquida (RING e SCHUCK 1980). A fórmula de massa resultante foi chamada de fórmula semi-empírica de massa de Bethe-Weizsäcker, que levam em conta efeitos de volume, superfície, energia coulombiana, simetria e o termo de emparelhamento, e apresenta a seguinte forma:

$$E(N, Z) = a_v A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_I \frac{(N - Z)^2}{A} + \delta(A), \quad (2.1)$$

Onde  $Z$  é o número de prótons e  $N$  o número de nêutrons,  $E(N, Z)$  é a energia de ligação de um núcleo de massa  $A = N + Z$ .

Das constantes que aparecem,  $a_v$  representa o termo de volume, já que o volume nuclear é proporcional a  $A$ . O coeficiente  $a_s$  expressa o termo de superfície, como na superfície os nucleons não estão tão ligados quanto no interior do núcleo, este termo diminui a energia de ligação, pois a superfície é proporcional a  $R^2$ , e o raio  $R$  por sua vez é proporcional a  $A^{1/3}$ , então a energia de superfície é proporcional a  $A^{2/3}$ . O coeficiente  $a_c$  representa o termo de energia coulombiana, que expressa a repulsão entre os prótons, essa energia é repulsiva, proporcional a  $Z^2$  e inversamente proporcional ao raio, ou seja, a  $A^{1/3}$ , contribuindo negativamente para a energia de ligação, reduzindo ainda mais a energia de ligação das partículas. O termo  $a_I$  representa a energia de simetria e expressa a tendência dos núcleos serem mais estáveis para  $N = Z$ . Em qualquer distribuição assimétrica ( $N \neq Z$ ) aumenta a energia interna do sistema, isso ocorre devido ao princípio de exclusão de Pauli, no qual dois nucleons não podem ocupar o mesmo estado quântico, isso faz com que os nucleons fiquem em níveis energeticamente mais altos, aumentando a energia do sistema.

No modelo de gás de Fermi, os nucleons ocupam os estados quânticos mais baixos e cada estado quântico pode acomodar no máximo quatro nucleons, de acordo com o princípio de exclusão de Pauli. Assim, utilizando este modelo mostra-se que a energia de simetria é proporcional a  $(N - Z)^2 / A$ . O último coeficiente é o termo de emparelhamento, o qual reflete o fato encontrado experimentalmente de que os nucleons tendem a formarem pares dentro do núcleo. Os núcleos par-par têm energia de ligação maior que os núcleos ímpar-ímpar, este efeito de emparelhamento é devido ao spin dos nucleons, na medida em que um número par de prótons e de nêutrons se acoplam em termos de spin, teremos uma maior estabilidade.

O valor destas constantes é determinado por ajustes de valores experimentais da energia de ligação, cujos valores (RING e SCHUCK 1980) são:

$$a_v = -15.68 \text{ MeV}, \quad (2.2a)$$

$$a_s = 18.56 \text{ MeV}, \quad (2.2b)$$

$$a_c = 0.717 \text{ MeV}, \quad (2.2c)$$

$$a_I = 28.1 \text{ MeV}, \quad (2.2d)$$

$$\delta(A) = \begin{cases} -34A^{-3/4} \text{ MeV} \\ 0 \\ 34A^{-3/4} \text{ MeV} \end{cases} \quad (2.2e)$$

## 3. MATÉRIA NUCLEAR

Matéria nuclear é, por definição, um sistema espacialmente infinito de nucleons, com uma proporção relativa fixa entre o número de prótons e o de nêutrons, interagindo fortemente, supondo-se ausente a interação coulombiana entre prótons. Quando esse sistema apresenta proporção igual de prótons e

nêutrons ele é chamado de matéria nuclear simétrica, caso contrário, temos matéria nuclear assimétrica. Na realidade, matéria nuclear é um modelo criado para simplificar a descrição de sistema de muitos corpos fortemente interagentes e representa uma excelente aproximação para estudar estrelas de nêutrons, na área astrofísica nuclear, e nas reações de núcleos pesados, uma vez que supõe-se que esse sistema exista no interior desses sistemas (GLENDENNING, 1996).

De um modo geral espera-se que a densidade de energia da matéria nuclear,  $\mathcal{E}$ , seja uma função da densidade de prótons,  $\rho_p$ , e da densidade de nêutrons,  $\rho_n$ . Fazendo uma conexão entre as propriedades da matéria nuclear e o comportamento da energia de ligação dos núcleos, dado pela fórmula semi-empírica de massa, (2.1), obtém-se:

$$\frac{\mathcal{E}(\rho_v)}{\rho_v} - M = \frac{E}{A} \equiv e(\rho_v) \quad (3.1)$$

Onde  $\rho_v = \rho_n + \rho_p$  é a densidade da nuclear e M é a massa do nucleon. A densidade da matéria em seu interior é independente de A, esta densidade da matéria nuclear no estado fundamental é:

$$\rho_0 = \frac{A}{V} \approx 0.15 \text{ fm}^{-3}, \quad (3.2)$$

Para descrevermos a assimetria nuclear, temos que levar em conta o termo proporcional ao parâmetro de assimetria

$$\delta = \frac{\rho_p - \rho_n}{\rho_v}. \quad (3.3)$$

Neste caso em que ( $\delta \neq 0$ ), a expressão (3.1), torna-se

$$e(\rho_v, \delta) = a_v + a_I \delta^2 \quad (3.4)$$

Para levarmos em conta os termos de ordem mais alta tanto na densidade como na assimetria, podemos definir um parâmetro  $\xi$ , para descrever o desvio da densidade da matéria nuclear em relação ao seu valor de saturação ( $\rho_v = \rho_0$ ). Assim, fazendo,

$$\xi = \frac{\rho_v - \rho_0}{\rho_0}, \quad (3.5)$$

e expandindo  $e(\rho_v, \delta)$  em série de Taylor em torno ponto de mínimo ( $\xi = 0$  e  $\delta = 0$ ).

$$e(\rho_v, \delta) = (a_v + \frac{1}{18} K_v \xi^2 - \frac{1}{162} K' \xi^3 + \dots) + \delta^2 (J + \frac{1}{3} L \xi + \frac{1}{18} K_{sym} \xi^2 + \dots) + \dots, \quad (3.6)$$

Obtemos os seguintes coeficientes:

$$a_v = e(\rho_0, 0) \quad \text{energia de volume,} \quad (3.7)$$

$$J = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 e}{\partial \delta^2} \Big|_{(\rho_0, 0)} \quad \text{energia de simetria,} \quad (3.8)$$

$$K_v = 9 \rho_0^2 \frac{\partial^2 e}{\partial \rho_v^2} \Big|_{(\rho_0, 0)} \quad \text{incompressibilidade,} \quad (3.9)$$

$$L = \frac{3}{2} \rho_0 \frac{\partial^3 e}{\partial \rho_v \partial \delta^2} \Big|_{(\rho_0, 0)} \quad \text{coeficiente simetria – densidade,} \quad (3.10)$$

$$K' = -27\rho_0^3 \left. \frac{\partial^4 e}{\partial \rho_v^3} \right|_{(\rho_0,0)} \quad \text{coeficiente de skewness,} \quad (3.11)$$

$$K_{sym} = \frac{9}{2}\rho_0^2 \left. \frac{\partial^4 e}{\partial \rho_v^3 \partial \delta^2} \right|_{(\rho_0,0)} \quad \text{incompressibilidade de simetria,} \quad (3.12)$$

Onde: o coeficiente  $a_v$  expressa a energia de ligação por partícula no ponto de saturação,  $J$  representa a energia de simetria (caracteriza o comportamento da energia de ligação quando a assimetria do sistema é variada mantendo  $\rho_v$  fixo).  $K_v$  é a incompressibilidade que está associada ao comportamento da curva de energia de ligação em torno do ponto mínimo e representa a reação do sistema quando variamos a densidade. O termo  $L$  é o coeficiente de volume-simetria e caracteriza a dependência da densidade da energia de simetria no ponto de saturação. E os termos  $K'$  e  $K_{sym}$  são coeficientes de anarmonicidade e estão associados as propriedades de incompressibilidade nuclear. Esses parâmetros são definidos a partir do cálculo teórico da densidade de energia da matéria nuclear,  $\varepsilon(\rho_v, \delta)$ , e podem ser comparados com resultados semi-empíricos.

#### 4. MODELO DE CAMPO MÉDIO RELATIVÍSTICO PARA MATÉRIA NUCLEAR

Consideremos um sistema de núcleons que interagem através dos campos dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$ . O méson sigma descreve a parte atrativa da interação nucleon-nucleon e o meson  $\omega$  a parte repulsiva de curto alcance. A inclusão do méson  $\rho$  permite a descrição de sistemas assimétricos.

Considerando os graus de liberdade envolvidos no modelo, construímos a densidade Lagrangiana incluindo os correspondentes termos cinéticos e descrevemos as interações através de acoplamentos mais simples possíveis levando em conta que a densidade Lagrangiana deve ser um escalar de Lorentz. Desta forma, a densidade Lagrangiana do modelo de Walecka é dada por:

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} \{ i\gamma_\mu \partial^\mu - M \} \Psi + \frac{1}{2} \partial^\mu \sigma \partial_\mu \sigma - U(\sigma) - g_\sigma \bar{\Psi} \Psi - \frac{1}{4} \Omega^{\mu\nu} \Omega_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega \omega_\mu \omega^\mu - g_\omega \bar{\Psi} \gamma_\mu \omega^\mu \Psi - \frac{1}{4} \vec{R}^{\mu\nu} \vec{R}_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho \vec{\rho}^\mu \vec{\rho}_\mu - g_\rho \bar{\Psi} \gamma_\mu \vec{\tau} \vec{\rho}^\mu \Psi \quad (4.1)$$

Onde  $\psi$  é o spinor que descreve o nucleon e  $\gamma^\mu$  são as matrizes usuais de Dirac. As constantes,  $M, m_\sigma, m_\omega$  e  $m_\rho$ , são as massas do nucleon, e dos mésons  $\sigma, \omega$  e  $\rho$ , respectivamente, enquanto  $g_\sigma, g_\omega$  e  $g_\rho$  são as constantes de acoplamento.

O potencial não-linear,  $U(\sigma)$ , que aparece na equação acima é dado por:

$$U(\sigma) = \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{3} g_2 \sigma^3 + \frac{1}{4} g_3 \sigma^4, \quad (4.2)$$

Este potencial inclui termos não-lineares no campo  $\sigma$ , associados as constantes  $g_2$  e  $g_3$ , que são importantes para descrever as propriedades de superfície nuclear (BOGUTA e BODMER, 1977). Os Campos tensoriais para os mésons vetoriais são:

$$\begin{aligned} \Omega^{\mu\nu} &= \partial^\mu \omega^\nu - \partial^\nu \omega^\mu, \\ \vec{R}^{\mu\nu} &= \partial^\mu \vec{\rho}^\nu - \partial^\nu \vec{\rho}^\mu - g_\rho (\vec{\rho}^\mu \times \vec{\rho}^\nu). \end{aligned} \quad (4.5)$$

Assim, utilizando as equações de Euler-Lagrange (BARCELOS, 2004; SEROT E WALECKA, 1986)

$$\partial_\mu \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu q_i)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = 0, \quad (4.6)$$

onde  $q_i = \sigma, \omega, \rho, \psi$  representam as coordenadas generalizadas do sistema. Substituindo a Eq.(4.1) na Eq.(4.2) obtemos as equações de movimento, para cada um dos campos, que descrevem toda a dinâmica do sistema. Cujas equações são:

$$\left[ \gamma_\mu \left( -i\partial^\mu + g_\omega \omega^\mu + g_\rho \vec{\tau} \vec{\rho}^\mu \right) + (M + g_\sigma \sigma) \right] \Psi = 0, \quad (4.7)$$

$$\left[ \partial_\mu \partial^\mu \sigma + U'(\sigma) \right] = -g_\sigma \bar{\Psi} \Psi, \quad (4.8)$$

$$\partial_\mu \Omega^{\mu\nu} + m_\omega^2 \omega^\nu = g_\omega \bar{\Psi} \gamma^\nu \Psi, \quad (4.9)$$

$$\partial_\mu \vec{R}^{\mu\nu} + m_\rho^2 \vec{\rho}^\nu = g_\rho \bar{\Psi} \gamma^\nu \vec{\tau} \Psi \quad (4.10)$$

Através do tensor momento-energia podemos calcular o momento e a energia do sistema, o tensor é dado por:

$$T_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} \mathcal{L} + \sum_i \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \left( \frac{\partial q_i}{\partial x^\mu} \right)} \frac{\partial q_i}{\partial x^\nu} \quad (4.11)$$

Inserido a densidade Lagrangiana (4.1) em (4.11), obtemos:

$$T_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} \left( -\frac{1}{2} \partial^\alpha \sigma \partial_\alpha \sigma + \frac{1}{4} \Omega^{\alpha\beta} \Omega_{\alpha\beta} + \frac{1}{4} \vec{R}^{\alpha\beta} \vec{R}_\beta - U(\sigma) - \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega^\alpha \omega_\alpha - \frac{1}{2} \vec{\rho}^\alpha \vec{\rho}_\alpha \right) + i \bar{\Psi} \gamma_\mu \partial_\nu \Psi + \partial_\mu \sigma \partial_\nu \sigma + \partial_\nu \omega^\alpha \Omega_{\alpha\mu} + \partial_\nu \vec{\rho}^\alpha \vec{R}_{\alpha\mu} \quad (4.12)$$

Para um sistema uniforme, o valor médio do tensor momento-energia assume a forma:

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle = (\varepsilon + P) u_\mu u_\nu - P g_{\mu\nu}, \quad (4.13)$$

onde  $\varepsilon$  é a densidade de energia,  $P$  a densidade de pressão e  $u_\mu$  é o quadri-vetor velocidade que descreve o movimento do fluido. Para um fluido em repouso  $u_\mu = (1,0)$  e  $u^2 = 1$ . Neste caso o valor médio da expressão (4.13) torna-se

$$\varepsilon = \langle T_{00} \rangle \quad (4.14)$$

$$P = \frac{1}{3} \langle T_{ii} \rangle \quad (4.15)$$

### Aproximação de Campo Médio Relativístico (RMF) Aplicada a Matéria Nuclear

As equações (4.8) à (4.9), são não-lineares e estão fortemente acopladas. As constantes de acoplamento que aparecem do lado direito dessas equações possuem valores maiores que a unidade, o que impossibilita-nos de aplicar métodos perturbativos para resolvê-las. A saída é resolvê-las numericamente fazendo uso um método poderoso denominado de aproximação de campo médio relativístico. Este método consiste no argumento de que: como as fontes de nucleons (os termos que se encontram do lado direito das referidas equações) são muito intensas e os acoplamentos com os campos mesônicos são muito fortes, então, quando o número de estados mesônicos é grande(aumenta), os campos mesônicos se tornam campos clássicos. Isto consiste em trocar esses campos por seus valores médios.

$$\sigma = \langle \sigma \rangle \quad (4.16)$$

$$\omega^\mu = \langle \omega^\mu \rangle \quad (4.17)$$

$$\vec{\rho}^\mu = \langle \vec{\rho}^\mu \rangle \quad (4.18)$$

Para matéria nuclear, que é um sistema infinito, estático, homogêneo e isotrópico, estas equações tornam-se,

$$\sigma = \langle \sigma \rangle \quad (4.19)$$

$$\omega^\mu = \delta^{\mu 0} \langle \omega^0 \rangle \quad (4.20)$$

$$\vec{\rho}^\mu = \delta^{\mu 0} \langle \vec{\rho}^0 \rangle \quad (4.21)$$

Onde o índice 0 (zero) refere-se a componente temporal dos quadrivetores.

Então, levando em conta essas condições, podemos desprezar todas as derivadas dos campos mesônicos. Conseqüentemente as equações (4.8) a (4.10), tornam-se

$$\sigma = -\frac{g_\sigma}{m_\sigma^2} \rho_s - \frac{g_2}{m_\sigma^2} \sigma^2 - \frac{g_3}{m_\sigma^2} \sigma^3 \quad (4.22)$$

$$\omega^0 = \frac{g_\omega}{m_\omega^2} \rho_v \quad (4.23)$$

$$\rho^0 = \frac{g_\rho}{m_\rho^2} \rho_3 \quad (4.24)$$

Onde:

$$\rho_s = \langle \bar{\psi}_j \psi_j \rangle = \sum_{j=1}^A \bar{\psi}_j \psi_j \quad (4.25)$$

$$\rho_v = \langle \bar{\psi}_j \gamma^0 \psi_j \rangle = \sum_{j=1}^A \psi_j^\dagger \psi_j \quad (4.26)$$

$$\rho_3 = \langle \bar{\psi}_j \gamma^0 \tau_3 \psi_j \rangle = \sum_{j=1}^A \psi_j^\dagger \tau_3 \psi_j \quad (4.27)$$

Onde  $\rho^0 = \rho_3^0$ , representa a terceira componente de isospin, que deve ser levada em conta para considerar a conservação da carga do número quântico  $\tau_3$ .

O campo dos nucleons,  $\psi$ , é obtido resolvendo a equação de Dirac Eq.(4.7), obtendo-se ondas planas do tipo

$$\psi = U(k, s, \tau_3) e^{iK \cdot X - i\epsilon t} \quad (4.28)$$

Onde  $K$  é o momento,  $S$  é o numero quântico de spin e  $\tau_3$  o de isospin. O spinor  $U(k, s, \tau_3)$  é dado por

$$U(k, s, \tau_3) = \left( \frac{E^* + m^*}{2E^*} \right)^{1/2} \begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ \frac{\sigma \cdot \kappa}{E^* + m^*} \end{pmatrix} \chi_s \zeta_{\tau_3} \quad (4.29)$$

Onde  $m^*$  e  $E^*$  são a massa e a energia efetiva dos nucleons, respectivamente, definidos por

$$m^* = M + g_\sigma \quad (4.30)$$

$$E^* = \pm (\kappa^2 + m^{*2})^{1/2} \quad (4.31)$$

$\chi$  e  $\zeta$  são spinores de Pauli que descrevem as propriedades de spin e isospin dos nucleons e  $\sigma$  são as matrizes de Pauli (WALECKA, 1986; SILVA, 1997).

O tensor momento-energia na aproximação RMF assume a seguinte forma:

$$T_{\mu\nu}^{RMF} = i\bar{\Psi} \gamma_\mu \partial_\nu \Psi + \left[ U(\sigma) - \frac{1}{2} m_\omega^2 (\omega^0)^2 - \frac{1}{2} m_\rho^2 (\rho^0)^2 \right] g_{\mu\nu} \quad (4.32)$$

O estado fundamental do sistema é obtido distribuindo-se os nucleons entre os estados de energia mais baixa, de acordo com o numero de onda  $k$  e os números quânticos de spin e isospin, obedecendo ao princípio de exclusão de Pauli. No estado fundamental, as densidades  $\rho_v$  e  $\rho_3$  tornam-se

$$\rho_v = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \sum_{i=n,p} d^3k \quad (4.33)$$

$$\rho_v = \frac{\gamma}{6\pi^2} \left( k_{F_p}^3 + k_{F_n}^3 \right) \quad (4.34)$$

$$\rho_v = \rho_p + \rho_n \quad (4.35)$$

$$\rho_3 = \frac{\gamma}{6\pi^2} \left( k_{F_p}^3 - k_{F_n}^3 \right) \quad (4.36)$$

$$\rho_3 = \rho_p - \rho_n \quad (4.37)$$

Onde  $k_F$  é o momento de Fermi e  $\gamma$  é a degenerescência.

A equação de estado para a matéria nuclear é obtido a partir da resolução das equações (4.14) e (4.15), levando as seguintes equações:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} \rho_v^2 + \frac{1}{2} \frac{g_\rho^2}{m_\rho^2} \rho_3^2 + U(\sigma) + \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \sum_{i=n,p} \int_0^{K_{F,i}} d^3k (k^2 + m^{*2})^2, \quad (4.38)$$

$$P = \frac{1}{2} \frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} \rho_v^2 + \frac{1}{2} \frac{g_\rho^2}{m_\rho^2} \rho_3^2 - U(\sigma) + \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \sum_{i=n,p} \int_0^{K_{F,i}} d^3k \frac{k^2}{(k^2 + m^{*2})^{1/2}}, \quad (4.39)$$

Minimizando a densidade da equação (4.38), em relação a  $\sigma$ , obtemos

$$m_\sigma^2 \sigma = - \frac{\gamma}{(2\pi)^3} g_\sigma \sum_{i=n,p} \int_0^{K_{F,i}} d^3k \frac{m^*}{(k^2 + m^{*2})^{1/2}} - g_2 \sigma^2 - g_3 \sigma^3, \quad (4.40)$$

Inserindo o valor do campo  $\sigma$  assim obtido na equação da massa efetiva (4.39) encontramos

$$m^* = M - \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \sum_{i=n,p} \int_0^{K_{F,i}} d^3k \frac{m^*}{(k^2 + m^{*2})^{1/2}} - \frac{g_2 \sigma^2}{m_\sigma^2} - \frac{g_3 \sigma^3}{m_\sigma^2} \quad (4.41)$$

Resolvendo as integrais que aparecem nas equações da densidade de energia (4.38), da pressão (4.39) e da massa efetiva, e substituindo a expressão do potencial não-linear (4.2), obtemos:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} \rho_v^2 + \frac{1}{2} \frac{g_\rho^2}{m_\rho^2} \rho_3^2 + \frac{1}{2} \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} + \frac{1}{3} g_2 \sigma^3 + \frac{1}{4} g_3 \sigma^4 + \quad (4.42)$$

$$\frac{\gamma}{16\pi^2} \sum_{i=n,p} m^{*4} \left\{ \frac{k_{F,i}}{m^*} \left[ 1 + \left( \frac{k_{F,i}}{m^*} \right)^2 \right]^{1/2} \left[ 2 \left( \frac{k_{F,i}}{m^*} \right)^2 + 1 \right] - \ln \left\{ \frac{k_{F,i}}{m^*} + \left[ 1 + \left( \frac{k_{F,i}}{m^*} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} \right\}$$

$$P = \frac{1}{2} \frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} \rho_v^2 + \frac{1}{2} \frac{g_\rho^2}{m_\rho^2} \rho_3^2 - \frac{1}{2} \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} - \frac{1}{3} g_2 \sigma^3 - \frac{1}{4} g_3 \sigma^4 + \quad (4.43)$$

$$\frac{1}{3} \frac{\gamma}{16\pi^2} \sum_{i=n,p} m^{*4} \left\{ \frac{k_{F,i}}{m^*} \left[ 1 + \left( \frac{k_{F,i}}{m^*} \right)^2 \right]^{1/2} \left[ 2 \left( \frac{k_{F,i}}{m^*} \right)^2 - 3 \right] - 3 \ln \left\{ \frac{k_{F,i}}{m^*} + \left[ 1 + \left( \frac{k_{F,i}}{m^*} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} \right\}$$



$$m^* = M - \frac{g_2 \sigma^2}{m_\sigma^2} - \frac{g_3 \sigma^3}{m_\sigma^2} - \frac{\gamma}{4\pi^2} \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \sum_{i=n,p} m^{*3} \left\{ \frac{k_{F,i}}{m^*} \left[ 1 + \left( \frac{k_{F,i}}{m^*} \right)^2 \right]^{1/2} - \ln \left\{ \frac{k_{F,i}}{m^*} + \left[ 1 + \left( \frac{k_{F,i}}{m^*} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} \right\}, \quad (4.44)$$

A energia de Fermi é dada pelo autovalor de energia associado ao momento de Fermi. Assim as energias de Fermi para nêutrons e prótons são:

$$\epsilon_{F,n} = g_\omega \omega^0 - g_\rho \rho^0 + (k_{F,n}^2 + m^{*2})^{1/2} \quad (4.45)$$

$$\epsilon_{F,p} = g_\omega \omega^0 - g_\rho \rho^0 + (k_{F,p}^2 + m^{*2})^{1/2} \quad (4.46)$$

Onde usamos o fato de que  $\tau_3 = +1$  para prótons e  $-1$  para nêutrons.

Podemos expressar  $\rho_3$ ,  $k_{Fn}$  e  $k_{Fp}$  em termos de  $\rho_v$  e  $\delta$ , desse modo temos:

$$\rho_3 = \rho_v \delta \quad (4.47)$$

$$k_{Fn} = \left[ \frac{3\pi^2}{\gamma} \rho_v (1 - \delta) \right]^{1/3} \quad (4.48)$$

$$k_{Fp} = \left[ \frac{3\pi^2}{\gamma} \rho_v (1 + \delta) \right]^{1/3} \quad (4.49)$$

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Usando diversas parametrizações propostas na literatura, foi possível aplicá-la aos modelos da teoria relativística de campo médio para calcular as propriedades da matéria nuclear. Sendo assim, escolhemos duas parametrizações lineares a de Serot e Walecka (SW) (SEROT; WALECKA, 1986), que considera os mésons  $\sigma$  e  $\omega$ , e a de Horowitz e Serot (HS) (HOROWITZ, SEROT, 1981), que além de considerar esses dois mésons inclui também o méson  $\rho$ , e cinco parametrizações não-lineares NL1, NL2 (REINHARD, 1989), NLSH (SHARMA, 1993) NL3 (LALAZISSIS, 1997) e NL3-II (que levam em conta esses três mésons incluindo ainda os termos de auto-interação no campo  $\sigma$ ). Para construir as curvas de energia da matéria nuclear utilizamos um código de computador, escrito em linguagem FORTRAN.

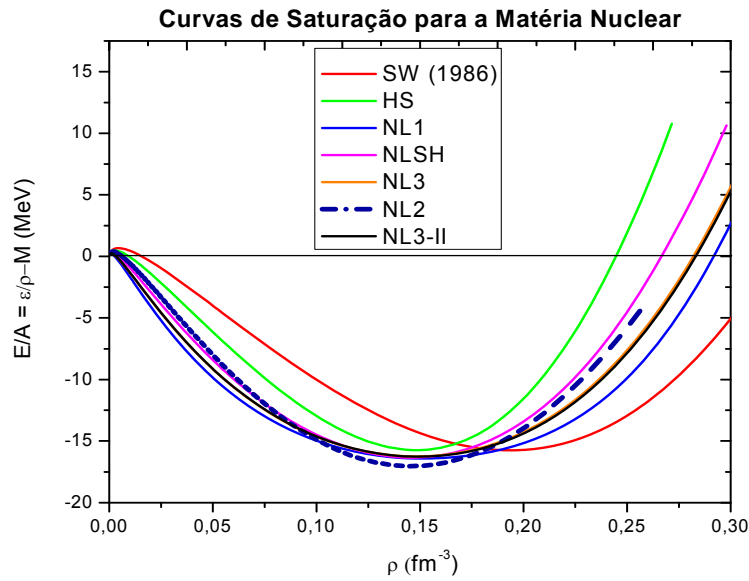
Os parâmetros usados em cada interação são:

**Tabela 5.1: parâmetros das interações analisadas.**

Parâmetros	SW (1986)	HS	NL1	NL2	NLSH	NL3	NL3-II
M	939	939	938	938	939	939	939
$m_\sigma$	520	520	492.25	504.89	526.059	508.1940	507.680
$m_\omega$	783	783	795.359	780	783	782.501	781.869
$m_\rho$	-	770	763	763	763	763	763
$g_\sigma$	9.0505	10.47	10.1357	9.11122	10.444	10.217	10.202
$g_\omega$	11.6711	13.8	13.2846	11.4928	12.945	12.868	12.854
$g_\rho$	-	4.035	4.9757	5.3866	-	4.4740	4.480
$g_2$	-	-	-12.1724	-2.30404	-6.9099	-10.431	-10.391
$g_3$	-	-	-36.2646	13.7844	-15.8337	-28.885	-28.939

As massas são dadas em MeV, o parâmetro  $g_2$  em  $\text{fm}^{-1}$  e os demais são adimensionais.

Apresentamos na figura (5.1) o gráfico para a energia de ligação da matéria nuclear em função da densidade nuclear, mantendo a assimetria constantes ( $\delta = 0$ ), que é chamado de equação de estado da matéria nuclear simétrica.

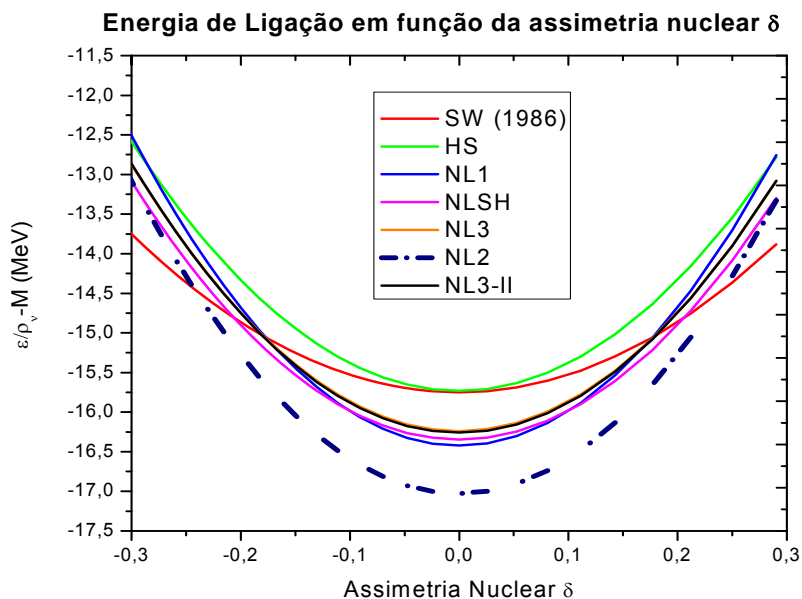


**Figura 5.1: Energia de ligação para a matéria nuclear simétrica em função do momento de Fermi.**

Podemos observar na figura 5.1, que todas as parametrizações conseguem descrever o ponto de saturação para a matéria nuclear, que é o ponto mínimo da curva. Cada parametrização apresenta valores diferentes para o ponto de mínimo, a curvatura em torno deste ponto está relacionada com a resistência do sistema às variações de densidade, o que se reflete na incompressibilidade do sistema.

Analisando as curvas do gráfico da figura 5.1, vemos que as parametrizações lineares SW e HS apresentam uma curvatura mais acentuada em torno do ponto de mínimo, isso mostra que essas parametrizações apresentam uma incompressibilidade muito alta. Podemos verificar que a inclusão do méson  $\rho$  em HS, apenas desloca o ponto de saturação para um valor menor que  $\rho_0$ , mantendo ainda a equação com uma incompressibilidade muito alta. Já nas parametrizações não-lineares NL1, NL3 e NLSH as curvas são mais abertas, o que corresponde a uma incompressibilidade menor, isto é devido a introdução de termos não-lineares.

Na figura 5.2 mantemos a densidade fixa com  $\rho_v = \rho_0$  e variamos a assimetria, desta forma obtivemos o gráfico da energia de ligação por nucleon em função da assimetria  $\delta$ .



**Figura 5.2: Energia de ligação em função da assimetria no ponto de saturação.**

Podemos observar neste gráfico que em todas as parametrizações os pontos de mínimo das curvas são dados quando em torno de ( $\delta = 0$ ), ou seja, em torno do ponto de mínimo da matéria nuclear, isto é devido a preferência do sistema pela simetria. Nas parametrizações não-lineares NL1, NLSH e NL3 as curvas são mais fechadas, demonstrando uma energia de simetria alta, resistindo mais ao distanciamento da simetria. As parametrizações SW e HS apresentam curvaturas mais abertas, oferecendo uma menor resistência a uma configuração assimétrica, sendo sistemas menos ligados.

Usando o mesmo programa de computador citado anteriormente, pudemos obter os valores dos coeficientes  $a_v$ ,  $K_v$  e  $J$ , que são apresentados a tabela (5.2) e ainda vamos comparar estes valores com os semi-empíricos da fórmula semi-empírica de massa FRDM (MOLLER, 1995).

**Tabela 5.2: coeficientes obtidos para as parametrizações estudadas.**

Interação	$a_v$ (MeV)	$\rho_0$ (fm <sup>-3</sup> )	$K_v$ (MeV)	$J$ (MeV)	$L$ (MeV)	$K'$ (MeV)	$K_{sym}$ (MeV)	$m^*$ (MeV)
SW (1986)	-15.75	0.194	545.7	22.11	74.42	74.78	-1877	522.01
HS	-15.73	0.148	546.3	34.9	115.4	-2149.9	93.1	507.79
NL1	-16.423	0.152	211.1	43.46	140.1	32.0	142.5	537.36
NL2	-17.029	0.146	399.36	43.86	129.6	-68.43	20.06	628.2
NL3	-16.240	0.148	271.6	37.39	118.5	100.7	-202.9	558.80
NL3-II	-16.26	0.149	271.73	37.70	119.7	-222.8	103.2	556.59
NLSH	-16.346	0.146	355.36	36.11	113.6	-601	79.6	560.76
FRDM	-16.247	0.1529	240	32.73	0.0	-	-	-

Comparando os resultados observados na tabela acima, vemos que os valores de  $a_v$  (energia de volume) e  $\rho_0$  (densidade de saturação) nas parametrizações estudadas fornecem valores próximos aos indicados por FRDM, a parametrização de SW é a que fornece um valor mais alto para  $\rho_0$ . As interações lineares SW e HS apresentam valores bastante elevados para a incompressibilidade  $K_v$ , enquanto que as não-lineares oferecem valores mais próximos do experimental, dentre estes os que apresentam melhores valores são os das parametrizações NL1, NL3 e NL3-II.

Quanto ao coeficiente de simetria  $J$ , a interação SW possui um valor muito baixo para este coeficiente, em relação ao valor semi-empírico, e a parametrização HS apresenta o melhor valor, quando comparados aos valores da FRDM. Dentre as interações não lineares, o resultado de NL1 e NL2 apresentam valores muito alto para  $J$ , enquanto as outras não-lineares, NLSH, NL3, e NL3-II apresentam resultados melhores.

Na tentativa de averiguar quais dessas parametrizações descrevem melhor as propriedades da matéria nuclear, calculamos numericamente os coeficientes de ordem mais alta,  $L$ ,  $K'$ ,  $K_{sym}$ . Observamos que os valores de  $L$  estão em média, próximos a 100 MeV, o que está em acordo com valor de 100MeV, publicado no o trabalho anterior por Mayer e Swiateck (1969). Quanto aos parâmetros  $K'$  e  $K_{sym}$ , todas as parametrizações apresentam valores muito diferentes, como pode ser observado na Tabela 2. Infelizmente a fórmula semi-empírica não dispõe de valores para estes parâmetros, isto impossibilita de usar esses coeficientes como parâmetros para decidir dentre as parametrizações, quais as que melhor descrevem as propriedades médias nucleares.

## CONCLUSÃO

Baseado nos resultados dos valores obtidos para os coeficientes, discutidos anteriormente, podemos afirmar que as parametrizações NL3 e NL3-II, são as que apresentam valores mais próximos quando comparados com os cálculos semi-empíricos fornecidos por Moller et al., (1985), Mayer e Swiatecki (1969,1985).

## AGRADECIMENTOS

Ao CNPq pelo financiamento do projeto e pela concessão da bolsa PIBIC;

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BARCELOS NETO, João. **Mecânica Newtoniana, Lagrangiana e Hamiltoniana**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2004.
- BRAUN-MUNZINGER, P AND WAMBACH, J. **The Phase Diagram of Strongly-Interacting Matter**, in press arXiv:0801.4256v1,2008.
- DELFINO, A; SILVA, J B; MALHEIRO, M ; CHIAPPARINI, M ; BRACCO, M. **Hadronic Entropy Enhancement and Low Density QGP**. Journal of Physics G, Nuclear and Particle Physics, Inglaterra, v. 28, p. 2249-2259, 2002.
- GLENDENNING, N. K. **Compact Star: Nuclear Physics, Particle Physics and General Relativity**. New York, Springer-Verlag, 1996.
- MENEZES, Débora Peres. **Introdução à física nuclear e de partículas**. Florianópolis: Ed. da UFSC, 2002.
- MAYES, W. D., SWIATECKI, W. J., Ann. Phys. 84 (1974) 186.
- MOLLER, P., NIX, J. R., MAYES, W. D. and SWIATECKI, W. J., Atomic Data and Nuclear Data Tables 59 (1995) 185.
- RING, P.; SCHUCK, P., **The Nuclear Many Body-Problem**, Editora Springer, Heidelberg (1980).
- SEROT, B. D., WALECKA, J. D., **In Advances in Nuclear Physics**, Editora Plenum, New York, 16 (1986),.
- SILVA, J. B., **Dissertação de Mestrado, Propriedades Médias nucleares na Teoria Relativística de Campo Médio**. DF-UFPB (1997).
- SILVA, J. B.; LOURENCO, O; DELFINO, A ; MARTINS, J ; DUTRA, M . **Critical behavior of mean-field hadronic models for warm nuclear matter**. Physics Letters. Section B, v. 664, p. 246-252, 2008.
- SULAKSONO, A. *et. al.* **Criteria for nonlinear parameters of relativistic mean field models**, nucl-th/1268v1, 2009.
- CHUNG, K., C. **Introdução à física nuclear**, editora EDUERJ, Rio de Janeiro, 2002.